

Balancetheorie

Seminararbeit

Studiengang
Wirtschaftsinformatik

Modul

**Graphenalgorithmische Verfahren zur Analyse sozialer
Netzwerke**

vorgelegt von

Marius Golombeck

Matrikelnr.: 7092542

am 13.08.2017

an der Fachhochschule Dortmund

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	3
1 Einleitung.....	4
1.1 Grundlagen	4
1.2 Problemstellung	5
1.3 Ziel der Arbeit	5
2 Inhalt.....	6
2.1 Vorzeichenbehafteter Graph.....	6
2.2 P-O-X Modell	8
2.3 Gleichgewicht / Ungleichgewicht	8
2.3.1 Balance in Triaden / Triadenpermutationen.....	8
2.3.2 Metaphorische Repräsentationen der Triadenpermutationen ...	9
2.3.3 Balance in Netzwerken	10
2.4 Structural Balance Property.....	10
2.5 Generalisierung.....	11
2.6 Historische Relevanz	13
2.7 Anwendungsbeispiele.....	13
2.7.1 Politische Beziehungen	13
2.7.2 Online Produktbewertung	14
3 Zusammenfassung	15
Anhang	16
Literaturverzeichnis	16
4 Erklärung	17

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 - Vorzeichenbehafteter Graph mit drei Knoten und zwei Kanten ...	6
Abbildung 2 - Obiger Graph als Matrix aufgefasst.....	6
Abbildung 3 - Triade mit den drei Akteuren P, O und X.....	8
Abbildung 4 - Mögliche ausbalancierte Triadenpermutationen.....	9
Abbildung 5 - Mögliche unbalancierte Triadenpermutationen.....	9
Abbildung 6 - Mögliche unbestimmte Triadenpermutation.....	9
Abbildung 7 - Graphische Repräsentation der Theorems mit gemeinsamen Einstellungsobjekt A	11
Abbildung 8 - Ausgangsgraph	12
Abbildung 9 - Ausschnitt des Gesamtgraphen.....	12
Abbildung 10 - Ergebnis des im 2. Schritt beschriebenen Verfahrens	12
Abbildung 11 - Prozess und vereinfachter Graph als Ergebnis	13
Abbildung 12 - Politische Beziehungskarte als Matrixdarstellung (Stand 2014)	14

1 Einleitung

1.1 Grundlagen

Die Balancetheorie (Heider, 1946), in ihrer Urform definiert durch Fritz Heider¹ im Jahr 1946 spielt in den folgenden 1950er Jahren eine entscheidende Initialisierungsrolle im Bereich der (spezifischen) Konsistenztheorien der Psychologie. Diese beschäftigen sich mit der Widersprüchlichkeit in zwischenmenschlichen Beziehungen (Jonas, et al., 2014), sowie in Beziehungen zu Elementen ihrer Umwelt.

Konsistenztheorien, wie die hier vorgestellte Balancetheorie, versuchen über die reine Beziehungsanalyse hinaus ebenso eine Erklärung für das Verhalten der Akteure eines Netzwerks zu finden. (Jonas, et al., 2014) Welche Umstände führen dazu, dass Personen ihr Verhalten ändern? Was haben diese Umstände für weitreichende Konsequenzen auf die Struktur des Netzwerks?

Hierzu definierte Heider das P-O-X Modell (Heider, 1946), welches ein Beziehungssystem mit drei Elementen darstellt. P stellt die Person dar, aus deren Sicht die Situation analysiert wird. O bezeichnet eine zweite Person im Netzwerk und X bezeichnet ein Objekt, zu welchem P und O eine Beziehung besitzen.

Die Dreiecksstruktur bestehend aus den drei Elementen P, O und X wird durch Heider als Triade² (Heider, 1946) bezeichnet.

Zur graphischen Repräsentation von Triaden, Graphen und Netzwerken werden im Folgenden als Grundlage vorzeichenbehaftete Graphen verwendet.

Hierbei werden die Elemente, seien es P, O, und X, oder erweiternde Akteure in größeren Netzwerken, nachfolgend als Knoten bezeichnet.

Die Beziehungen zwischen den Elementen der Triade, bzw. den Elementen eines Netzwerks werden als Kanten bezeichnet.

Jede Kante in einem vorzeichenbehafteten Graph kann eine binäre Gewichtung aufweisen, die entweder eine positive Beziehung (+) oder negative Beziehung (-) repräsentiert.

Durch Methoden der Informatik eröffnen sich nun neuartige, systematische Wege Graphen und Netzwerke zu analysieren und auszuwerten.

¹ Fritz Heider (1898 – 1988)

² Triade [spätlateinisch trias (Genitiv: triados) [...]] Dreizahl, Dreiheit

1.2 Problemstellung

Wie bereits durch den Titel zu erkennen, liegt eine Kernfrage der Balance Theorie in der Balance eines Netzwerks.

Hier existieren zwei grundlegende Zustände, ein Gleichgewicht oder ein Ungleichgewicht, welche das Netzwerk und seine Akteure als Ganzes beschreiben. Die Untersuchung einer P-O-X-Triade nach Heider gestaltet sich, durch begrenzte Konfigurationsmöglichkeiten, als einfach und wird dem inhaltlichen Teil dieser Arbeit als Einstiegsbeispiel in die Analyse von Netzwerken dienen.

Die graphenalgorithmische Analyse einer Triade mit ihren möglichen Permutationen³ ist also durchaus noch in „kurzer Zeit“ manuell durchführbar. Es ergeben sich allerdings mit einer ansteigenden Anzahl der Teilnehmer eines Netzwerks auch eine Vielzahl an möglichen Permutationen. Dies führt sehr schnell zu einer Laufzeitproblematik die in diesem Fall im Bereich der NP-Vollständigen Problemklasse liegt. (Brandstädt, 2013)

Die Analyse von großen Netzwerken gestaltet sich also als sehr zeitaufwendig und muss mit Methoden der Informatik vereinfacht werden. Hierzu existieren verschiedene Ansätze wie das Balance Theorem oder die Generalisierung von Netzwerken durch Nutzung von Clusterrelationen die im Folgenden genauer vorgestellt werden.

Jedoch besitzen diese Verfahren ebenso ihre Grenzen, die vor allem in der Auswertungsgenauigkeit (Verallgemeinerung der Ergebnisse) liegen.

Offensichtlich müssen trotz informationstechnischer Unterstützung teils schwerwiegende Nachteile in Kauf genommen werden.

Dies lässt die Frage zu, inwiefern die Auswertung von Beziehungssystemen in der Realität Sinn ergibt, und wo die Grenzen bei der Analyse liegen.

1.3 Ziel der Arbeit

Ziel der Arbeit ist es eine Einleitung in die Urform der Balancetheorie nach Heider zu geben, den Gleichgewichtszustand zu erläutern sowie einzelne moderne Weiterentwicklungen der Balance Theorie und Analyse- sowie Vereinfachungsmöglichkeiten aufzuzeigen.

³ Permutation = Umstellung in der Reihenfolge bei einer Zusammenstellung einer bestimmten Anzahl geordneter Größen

2 Inhalt

2.1 Vorzeichenbehafteter Graph

Um das P-O-X Modell nach Heider sowie die weitergehenden Graphen und Netzwerke mit mehr als drei Akteuren zu verstehen, ist ein Verständnis von vorzeichenbehafteten Graphen notwendig.

Ein vorzeichenbehafteter Graph ist ein einfacher ungerichteter Graph, dessen Knoten bzw. Kanten entweder positiv oder negativ bezeichnet sind.

Die Repräsentation eines solchen Graphen kann als Abbildung mit Knoten und Kanten, mit ihren Kantenkonfigurationen oder in Matrixschreibweise erfolgen.

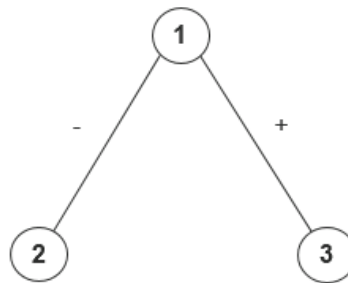


Abbildung 1 - Vorzeichenbehafteter Graph mit drei Knoten und zwei Kanten

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Abbildung 2 - Obiger Graph als Matrix aufgefasst

Wobei gilt:

$$M_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{falls } i \text{ und } j \text{ sich mögen} \\ 0, & \text{bei Gleichgültigkeit} \\ -1, & \text{falls } i \text{ und } j \text{ sich nicht mögen} \end{cases}$$

Hierbei ist im Gegensatz zum P-O-X Modell hervorzuheben, dass es durchaus einen Fall geben kann, indem keine Kantenbeziehung zwischen zwei Knoten existiert. Dieser Fall ist von Heider nicht vorgesehen. Dieser geht nämlich davon aus, dass die Akteure in einer Triadenbeziehung stets gegenseitiges Bewusstsein besitzen.

Die Anzahl der Kanten in einem vollständigen Graphen, der demnach die Heidersche Bedingung erfüllt, dass alle Kanten untereinander Beziehungen besitzen, liegt bei

$$\Delta_{n-1} = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Für den konkreten Fall des P-O-X Modells, der Triade

$$\Delta_{3-1} = \binom{3}{2} = \frac{3(3-1)}{2} = 3$$

Die Anzahl der Möglichen Permutationen eines vollständigen Graphen kann ermittelt werden durch

$$2^{\binom{n}{2}} = 2^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

Für den konkreten Fall des P-O-X Modells, der Triade

$$2^{\binom{3}{2}} = 2^{\frac{3(3-1)}{2}} = 8$$

Es ergeben sich also drei mögliche Kantenbeziehungen sowie acht mögliche Permutationen, auf die in 2.3.1 genauer eingegangen wird.

2.2 P-O-X Modell

Im P-O-X Modell nach Heider bildet ein Beziehungssystem mit den drei Elementen P, O und X eine Triade. (Heider, 1946)

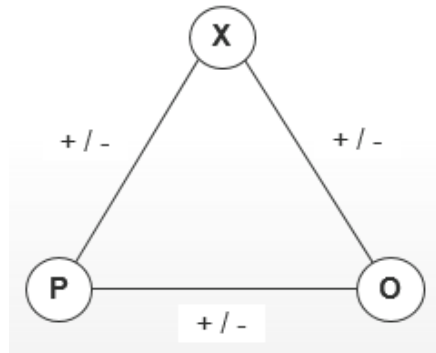


Abbildung 3 - Triade mit den drei Akteuren P, O und X

Die drei Knoten P, O und X repräsentieren eine Person P, eine zweite Partei, nach Heider Other (O) getauft und ein Objekt X. Die Akteure des Netzwerks besitzen in jedem Fall eine gewichtete Kantenbeziehung zueinander.

Die Situation der Triade wird stets aus der Sicht von P analysiert

Bei einer positiven Beziehung zwischen zwei Knoten wird die verbindende Kante mit einem (+) markiert, bei einer negativen Beziehung mit einem (-).

Die graphische Repräsentation erfolgt durch den in 2.1 definierten vorzeichenbehafteten Graph.

2.3 Gleichgewicht / Ungleichgewicht

2.3.1 Balance in Triaden / Triadenpermutationen

Eine Triade ist im Gleichgewicht, wenn alle drei Relationen positiv sind, oder wenn zwei Relationen negativ sind und eine positiv ist. Ungleichgewicht besteht dann, wenn zwei Relationen positiv sind und eine negativ ist. (Manhart, 1995)

Es kann also festgestellt werden, dass eine ungerade Anzahl an negativen Beziehungen zu Ungleichgewicht führt.

Der Fall in dem ausschließlich negative Relationen auftreten wird von Heider nicht eindeutig entschieden und gilt als mehrdeutig und unbestimmt. (Heider, 1958)

Unbalancierte Systeme werden in der Psychologie als disharmonisch und spannungsvoll empfunden. Diese erzeugen eine Instabilität im gesamten Netzwerk, was daraufhin eine Tendenz zur Änderung in ein ausbalanciertes System erzeugt. (Heider, 1946)

Die Herstellung von Gleichgewicht erfolgt im einfachsten Fall durch Änderung der Relationen. (Heider, 1958)

Das Prinzip der Gleichgewichtstendenz wird in allen Versionen von Balancetheorien geteilt.

Es existieren folgende Triadenpermutationen

- Balanciert
- Unbalanciert
- Unbestimmt

Diese können wie folgt graphisch dargestellt werden:

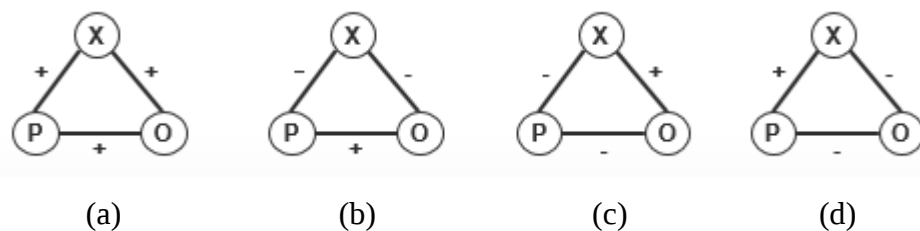


Abbildung 4 - Mögliche ausbalancierte Triadenpermutationen

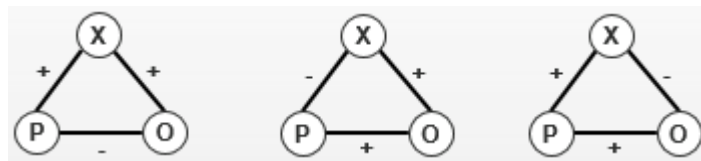


Abbildung 5 - Mögliche unbalancierte Triadenpermutationen

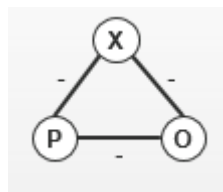


Abbildung 6 - Mögliche unbestimmte Triadenpermutation

2.3.2 Metaphorische Repräsentationen der Triadenpermutationen

Die in 2.3.1 genannten ausbalancierten Triaden⁴ können auch metaphorisch interpretiert werden. Beispielhaft die Vorgehensweise anhand von Abbildung 4b.

Betrachtet man zuerst das Verhältnis zwischen P und O, so fällt auf, dass diese Knoten durch eine positiv behaftete Kante verbunden sind. Dies macht P und O zu „Freunden“. P und O haben außerdem beide eine gemeinsame negative Beziehung zu X, was sie laut 2.3.1 in ein Gleichgewicht bringt.

⁴ Vgl. Abbildung 4

Demnach sind P und X, sowie O und X verfeindet. Dies lässt den Schluss zu:

„Der Feind meines Freundes ist mein Feind“.

Es lassen sich für die Abbildungen 4a-4d folgende textuelle Interpretationen ableiten:

- (a) Der Freund meines Freundes ist mein Freund
- (b) Der Feind meines Freundes ist mein Feind
- (c) Der Freund meines Feindes ist mein Feind
- (d) Der Feind meines Feindes ist mein Feind

2.3.3 Balance in Netzwerken

Die Balance in Netzwerken zu bestimmen ist eine weitaus schwierigere Aufgabe, wie aus 2.1 zu erkennen ist. Die Balance für größere Netzwerke zu strukturieren und zu formalisieren hat jedoch erheblichen Nutzen. Hier bestehen einige Strukturierungsvorschläge

2.4 Structural Balance Property

Cartwright und Harary definierten in ihrem graphentheoretisch wegweisenden Artikel bereits im Jahre 1956:

An s-graph is balanced if and only if its points can be separated into two mutually exclusive subsets such that each positive line joins two points of the same subset and each negative line joins points from different subsets
(Cartwright & Frank, 1956)

Dies lässt uns nun also einen allgemeineren Schluss auf die Balance von Netzwerken treffen. In jeder Teilmenge des Netzwerks bestehend aus drei Knoten müssen ihre drei untereinander bestehenden Kanten entweder vollständig positiv sein, oder dürfen nur eine positive Beziehung aufweisen.

Des weiteren definierte Harary 1953 im Michigan Mathematical Journal:

If a labeled complete graph is balanced, then either all pairs of nodes are friends, or else the nodes can be divided into two groups, X and Y, such that each pair of people in X likes each other, each pair of people in Y likes each other and everyone in X is the enemy of everyone in Y
(Harary, 1953)

Dies wiederum lässt den Schluss auf zwei Möglichkeiten zu

- Balance durch durchgängig positiv behaftete Kanten
- Balance durch die Unterteilung in genau zwei Teilmengen mit durchgängig entgegengesetzter Haltung zueinander

Angewandt auf ein Netzwerk mit einem gemeinsamen Einstellungsobjekt A lassen sich die Theoreme durch zwei Mengen X und Y veranschaulichen. Hierbei gilt:

$$X \subset G(V, E), \text{ sowie } Y \subset G(V, E) \text{ und } X \cap Y = \emptyset$$

Ein vorzeichenbehafteter Graph $G(V, E)$ ist balanciert, wenn gilt:

$$G(V, E) \ni X \cap Y \subset G(V, E)$$

Die Teilmengen X und Y lassen sich wie folgt graphisch repräsentieren:

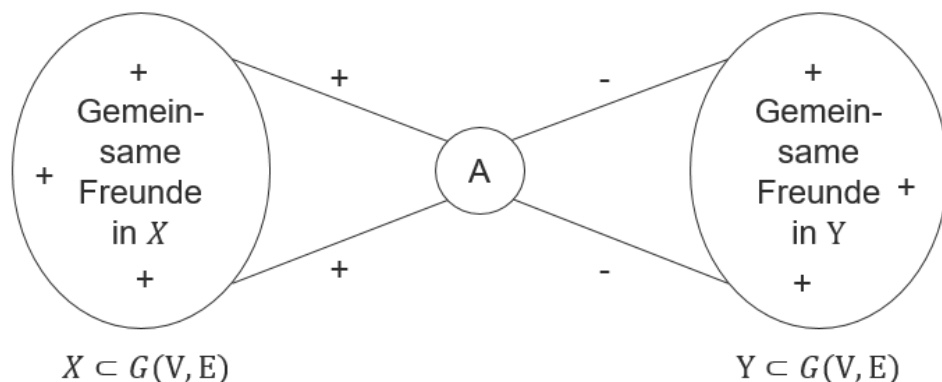


Abbildung 7 - Graphische Repräsentation der Theorems mit gemeinsamen Einstellungsobjekt A

2.5 Generalisierung

Trotz erheblicher Vereinfachung des Problems der Balance-Bestimmung von großen Netzwerken durch die in 2.4 beschriebenen Structural Balance Property handelt es sich bei dieser Überlegung um eine restriktive Lösung, die nur für vollständige Graphen definiert ist.

Was geschieht jedoch im Fall, der nach Heider noch kategorisch ausgeschlossen wird, wenn nämlich Personen zu einer anderen Person oder zu einem Einstellungsobjekt keine Beziehung haben – also keine Kenntnis über diese Person, oder dieses Einstellungsobjekt besitzen, oder Gleichgültigkeit üben?

Ein Lösungsansatz hierfür findet sich über die Aufweichung der Structural Balance Property. Hierbei erfolgt durch Vereinfachung eine Zusammenfassung gleichartiger Gruppen im Graphen. Dies entspricht der Bildung von Clustern. (Khanafiah & Situngkir, 2004) (Hummon & Doreian, 2003)

Dieses Verfahren wird in seinen einzelnen Schritten nun beispielhaft vorgestellt.

1. Schritt: Zusammenfassen von Clustern mit positiven Kanten untereinander

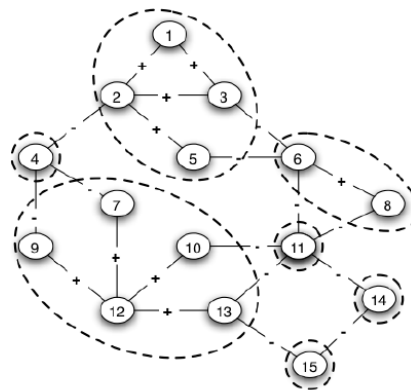


Abbildung 8 - Ausgangsgraph

2. Schritt: Falls aus zwei Clustern heraus eine negative Kante zu einem außenstehenden Knoten besteht, werden die Cluster über diesen Knoten verbunden. Der Knoten fällt dadurch weg und die Kante wird negativ.

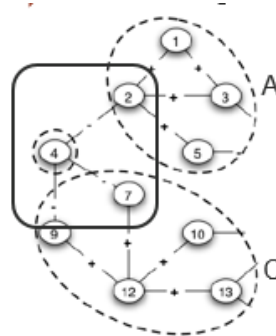


Abbildung 9 - Ausschnitt des Gesamtgraphen

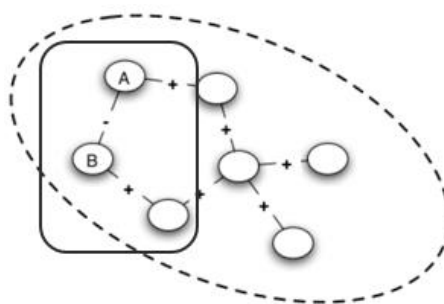


Abbildung 10 - Ergebnis des im 2. Schritt beschriebenen Verfahrens

Führt man die Schritte nun weiter aus, erhält man einen vereinfachten Graph.

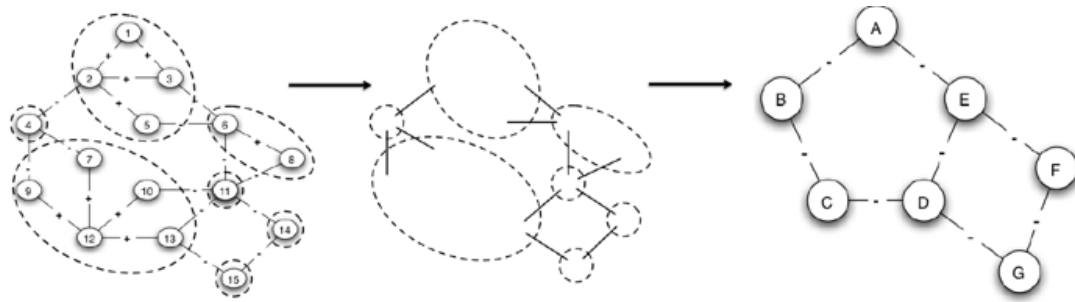


Abbildung 11 - Prozess und vereinfachter Graph als Ergebnis

2.6 Historische Relevanz

Die Frage nach dem Verhältnis zwischenmenschlicher Beziehungen besteht nicht erst seitdem Heider seine Überlegungen in den 1950er Jahren konkretisiert hat.

Die in 2.3.2 beschriebenen metaphorischen Ausfassungen ausbalancierter Triaden lassen sich bis auf das 4. Jahrhundert vor Christus zurückführen.

So beschrieb der indische Philosoph Kautilya in seiner Schrift über Staatskunst Arthashastra (Kautilya, 1992) das Verhältnis „Der Feind meines Feindes ist mein Freund“ mit den Worten:

„The king who is situated anywhere immediately on the circumference of the conqueror's territory is termed the enemy.“ (Kautilya, 1992)

„The king who is likewise situated close to the enemy, but separated from the conqueror only by the enemy, is termed the friend (of the conqueror).“ (Kautilya, 1992)

Diese Überlegung kam in jüngerer Historie vor allem in zweiten Weltkrieg zum Tragen, wo besonders Winston Churchill diese Theorie im Rahmen der Beziehungen zu Nazi-Deutschland und der Sowjetunion prägte. Dieser nahm ein positives Verhältnis zur Sowjetunion in Kauf, obwohl diese eigentlich mit den Alliierten verfeindet war, um dadurch aus Deutschland einen gemeinsamen Feind zu machen. (Hayward, 2005)

2.7 Anwendungsbeispiele

Als Anwendungsbeispiele gelten vielfältige, verschiedenartige Situationen und Themen von denen hier beispielhaft zwei prägnante Beispiele vorgestellt werden.

2.7.1 Politische Beziehungen

Politische Beziehungen können als Netzwerke aufgefasst werden. Hier können zum Beispiel Politiker als Knoten und ein politisches Thema als Einstellungsobjekt

aufgefasst werden. Dieses System bildet eine Kombination aus Anziehung und Abstoßung. Als konkretes Fallbeispiel lassen sich Allianzbildung, Krieg oder Koalitionsbildung nennen.

Diese lassen sich besonders gut mit graphischen Hilfsmitteln in anschaulicher Matrixdarstellung abbilden, wie dieses Beispiel zum Verhältnis der USA zu Staaten des Nahen Ostens zeigt.

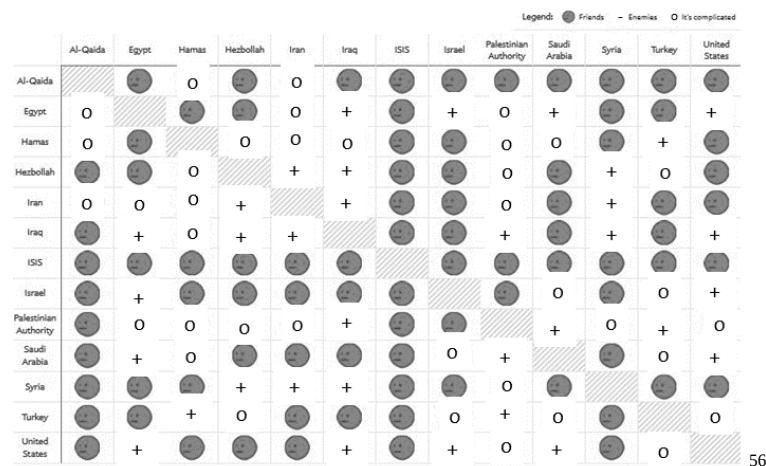


Abbildung 12 - Politische Beziehungskarte als Matrixdarstellung (Stand 2014)

2.7.2 Online Produktbewertung

Online Produktbewertungsseiten bieten ihren Nutzern die Möglichkeit positive oder negative Bewertungen zu einem Produkt oder einer Dienstleistung abzugeben.

Hier können die Kunden als Knoten und die Produkte oder Dienstleistungen als Einstellungsobjekt aufgefasst werden.

Beispiele hierfür sind vor allem Epinions sowie Amazon.

⁵ Positive Relationen durch (+), Gleichgültigkeit mit (o) und Negative Beziehungen durch grafisches Symbol gekennzeichnet

⁶ http://www.slate.com/blogs/the_world_/2014/07/17/the_middle_east_friendship_chart.html (Abgerufen am 29.06.2017)

3 Zusammenfassung

Die Arbeiten von Heider zeichnen sich als Basis für viele grundsätzliche wissenschaftliche Arbeiten auf dem Gebiet der Graphentheorie aus. Besonders bemerkenswert ist die multidisziplinäre Forschung auf den Gebieten der Psychologie und Informatik, wo Ansätze aus dem Präinformationstechnik-Zeitalter der Psychologie mit modernen Analyse- und Auswertungswerkzeugen der Informatik verknüpft werden.

Die zentrale Stellung der Balancetheorie lässt sich durch die durchgehende Referenz auf die Arbeiten Fritz Heiders sowie deren Fortsetzung auf verschiedensten Forschungsgebieten erkennen.

Es ist hierbei gesondert hervorzuheben, dass es sich nach zeitkomplexitärer Auffassung bei vielen Graphenproblemen um NP-schwere Probleme handelt, die das vollständige Lösen für Probleme große Netzwerke unmöglich machen.

Dennoch lassen sich durch Vereinfachungen, wie durch die Nutzung der hier genannten Structural Balance Property sowie durch Generalisierung, NP-schwere Probleme in durchaus in polynomineller Zeit lösbare Probleme umwandeln.

Anwendungsbereiche finden sich grundsätzlich in Netzwerken, wo mindestens drei Akteure interagieren, die Beziehungen untereinander sowie zu einem Einstellungsobjekt besitzen.

Anhang

Literaturverzeichnis

- Brandstädt, A., 2013. *Graphen und Algorithmen*. s.l.:Springer-Verlag.
- Cartwright, D. & Frank, H., 1956. STRUCTURAL BALANCE: A GENERALIZATION OF HEIDER'S THEORY. *The Psychological Review*, September, Issue 5, pp. 277-293.
- Gamper, M. & Reschke, L., 2014. *Knoten und Kanten: Soziale Netzwerkanalyse in Wirtschafts- und Migrationsforschung*. s.l.:transcript Verlag.
- Harary, F., 1953. On the notion of balance of a signed graph. *Michigan Mathematical Journal*, pp. 143-146.
- Harary, F. & Jerald, K. A., 1980. Mathematical Social Sciences. *A simple algorithm to detect balance in signed graphs*, September, Issue Issue 1, pp. 131-136.
- Hayward, F. S., 2005. *Greatness: Reagan, Churchill, and the Making of Extraordinary Leaders*. s.l.:Crown Publishing Group.
- Heider, F., 1946. Attitudes and Cognitive Organization. *Journal of Psychologie* 21, pp. 107-112.
- Heider, F., 1958. *The Psychology of Interpersonal Relation*. s.l.:John Wiley & Sons.
- Hummon, P. N. & Doreian, P., 2003. Some dynamics of social balance processes: bringing Heider back into balance theory. *Social Networks*, pp. 17-49.
- Jonas, K., Wolfgang, S. & Hewstone, M., 2014. *Sozialpsychologie*. s.l.:Springer-Verlag.
- Kautilya, 1992. *Arthashastra*. s.l.:Penguin Books India.
- Khanafiah, D. & Situngkir, H., 2004. *Social Balance Theory: Revisiting Heider's Balance Theory for many agents*, s.l.: Dept. Computational Sociology, Bandung Fe Institute.
- Manhart, K., 1995. *Heiders Balancetheorie: Eine strukturalistische Repräsentation und ein Computermode*ll. München: Oldenbourg-Verlag.

4 Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Seminararbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.

Die Stellen der Seminararbeit, die anderen Quellen im Wortlaut, oder dem Sinn nach entnommen wurden, sind durch Angaben der Herkunft kenntlich gemacht.

Dies gilt auch für Zeichnungen, Skizzen, bildliche Darstellungen sowie Quellen aus dem Internet.

Bochum, den 06. August 2017

Marius Golombeck